

Наглядные материалы при изучении математики студентами со зрительными патологиями

Шварц А. Ю.*,
аспирантка кафедры общей психологии факультета психологии Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова

Работа посвящена роли наглядных материалов в обучении математике студентов со зрительными патологиями. Эта проблема рассматривается в контексте соотношения чувственного и логического в мышлении. Обсуждается специфика когнитивных функций незрячих, анализируются особенности их математического мышления и путей овладения математическими понятиями. В статье излагаются результаты пилотажного эмпирического исследования, посвященного изучению содержания и способов использования математических понятий. Сопоставляются индивидуальные случаи обучения зрячих студентов и студентов с патологией зрения в отсутствии наглядных материалов. Предполагается, что при обучении студентов с патологией зрения математические понятия учащихся будут формальны и не наполнены конкретным содержанием. Делается вывод, что отсутствие наглядности в высшем учебном заведении ведет к формированию операциональных понятий, плохо соотносимых с конкретным материалом. Если в обучении ставится цель глубокого понимания изучаемого материала, следует предъявлять студентам наглядные материалы и организовывать работу с ними.

Ключевые слова: мышление, чувственные представления, математическое понятие, математическое образование, наглядность, слепые и слабовидящие.

Когнитивные особенности слепых и слабовидящих

Для понимания специфики овладения студентами с патологиями зрения математическими понятиями остановимся на особенностях познавательных функций слепых и слабовидящих в целом [6]; [4]. Их

представления характеризуются низким уровнем обобщенности, фрагментарностью, схематизмом (заменой чувственно наполненного образа вербальными знаниями схемы данного объекта), вербализмом (использованием в описании признаков, не наполненных чувственным содержанием). Формирование представ-

*tiger-small@yandex.ru

лений происходит у детей со зрительными патологиями замедленно и тем хуже, чем сильнее потеря зрения. Однако влияние остроты зрения исчезает к старшим классам школы.

«Очевидно, это связано с накоплением чувственного опыта, развитием наблюдательности, совершенствованием навыков обследования, активизацией мышления», – считает А. Г. Литвак [6].

С возрастом мышление вносит все больший вклад в формирование представлений, позволяя во многом компенсировать дефицит информации со стороны органов чувств.

Исследователи (например: [1]; [5]; [8]) сходятся в том, что мышление слепых характеризуется дивергенцией чувственного и логического, выделением несущественных признаков, сужением смыслового содержания слов. При этом на место вербально-логического, понятийного мышления может встать формальное, лишённое осмысленности. Как и в норме, у людей с патологией зрения полноценное «логическое (теоретическое) мышление может развиваться только на основе высокоразвитого наглядно-действенного и наглядно-образного мышления» [6].

Таким образом, особенности когнитивных функций, возникающие у незрячих, полностью соответствуют представлениям С. Л. Рубинштейна о диалектическом взаимодействии чувственного и логического:

«в реальном мыслительном процессе понятия не выступают в отрешённом, изолированном виде, они всегда функционируют в единстве и взаимопроникновении с наглядными моментами представлений и со словом» [11].

Основные проблемы обучения математике слепых и слабовидящих

Проблемы, обсуждаемые в литературе, посвящённой обучению математике незрячих, можно разделить на два основных класса:

- технические сложности;
- содержательные трудности, касающиеся того, как именно должно происходить обучение в условиях, когда ведущий из

анализаторов человека не позволяет получать информацию из окружающего мира.

Технические особенности овладения математикой незрячими включают в себя сложность и последовательность записи математических выражений по Брайлю, трудности самоконтроля в ходе письма, чрезмерную нагрузку на рабочую память, необходимость создания специальных аудиопособий, позволяющих свободно перемещаться по тексту [16].

Содержательные проблемы образования незрячих и слабовидящих встают в контексте соотношения чувственной интуиции и абстрактного знания, что напрямую касается использования средств наглядности.

Нарушения зрения накладывают жесткие ограничения на круг возможных наглядных инструментов. Принципиальную важность их использования можно понять, обратившись к дефектологическим данным: исследователи приходят к выводу, что остаточное зрение, наличие цветочувствительности должно быть максимально задействовано в обучении [5]; [7]; [10], помимо этого, и тем более при полной слепоте, должны использоваться специальные инструменты.

О необходимости использования наглядных пособий и инструментов свидетельствует огромное число специальных разработок:

- процентильный круг [12];
- дробные палочки [13];
- рельефная сетка и натягиваемые на нее резинки и магнитная доска с магнитными палочками для обучения распознаванию геометрических фигур [3] и др.

«Только на основе работы с конкретным дидактическим материалом усваивается конкретный смысл математических действий», – считает Р. Ф. Малых [7]. Иначе знания остаются формальными, оторванными от жизни и конкретного применения.

Однако многие исследователи приходят к выводу, что просто предъявления тактильного материала недостаточно: следует включить наглядные материалы в необходимые умственные операции и действия [1], необходимо специально учить

тактильному прослеживанию формы для опознания геометрических фигур, следует включать наглядные средства в деятельность по распознаванию, классификации и др. [2]. Оказывается, для формирования пространственного представления недостаточно однократного ощупывания, а нужно 20–24 переобследования материала, организованных логическим мышлением [9]. Без специального обучения возникают трудности выделения существенных признаков. Таким образом, мы видим, что описываемое Л. С. Рубинштейном включение мышления в обобщение и схематизацию наглядного представления оказывается особенно актуально для когнитивного развития слепых и слабовидящих. Следует отметить значительное влияние мышления и знаний на использование наглядных материалов зрячими: А. Аркави показывает, что диаграммы и рисунки будут восприняты студентом в соответствии с его знаниями о предмете, а не так, как это предполагает преподаватель или исследователь [14].

Пилотажное эмпирическое исследование

Целью нашего исследования было понять специфику овладения математическими понятиями студентами вуза с нарушениями зрения. Мы стремились установить, необходима ли наглядность на этапе введения всех новых математических понятий в любом возрасте, а не только в начальной школе, для формирования базовых представлений в период преобладания наглядно-образного мышления. Могут ли сложные понятия наполняться конкретным содержанием на основе чувственных представлений о ранее сформированных понятиях?

Гипотезы. Мы полагали, что знания студентов со зрительными патологиями будут более операциональными, чем у зрячих, и иметь оттенок вербализма, т. е. плохо соотноситься с чувственными представлениями. Было также выдвинуто предположение, что в обучении студентов возможно использование уже сформированных ранее представлений о сходных понятиях вместо

предоставления соответствующих средств наглядности.

Испытуемые. В исследовании участвовали пять студентов: двое зрячих (А, Б), один с остаточным зрением (В) и двое totally слепых (Г, Д). Все они – студенты первого курса факультета ИТ МГППУ, обучавшиеся комплексным числам в рамках курса математического анализа. Все студенты получили за промежуточный коллоквиум оценки «4» и «5». Различия в обучении сводились к отсутствию наглядных зрительных примеров для незрячих: никакие дополнительные наглядные материалы не использовались.

Методика. Во время учебного коллоквиума зрячим студентам и студентам со зрительными патологиями был предложен ряд вопросов по теме «Комплексные числа». Экспериментатор мог давать наводящие подсказки и дополнительные вопросы, вскрывающие внутреннее содержание знаний студентов. Все беседы записывались на аудионоситель, также велись протоколы бесед, включавшие данные визуального наблюдения.

В отличие от экзаменационных, наши задачи требовали не столько грамотный подбор и использование известных формул, сколько глубокое понимание предмета. Список задач приведен в Приложении.

Результаты и их обсуждение. Все студенты справились с задачами своего экзаменационного билета, т. е. смогли провести необходимые преобразования и вычисления, получили правильные результаты. Перейдем к анализу решений задач, предложенных в ходе нашего исследования.

Ни один из пяти студентов не смог дать строгое определение понятий *модуль* и *аргумент* комплексного числа, при этом попытки зрячих и незрячих качественно различались. Зрячие студенты тут же обращались к чувственно наполненным понятиям: модуль – это расстояние, аргумент – это угол, их ошибки были связаны со сложностями вербализации имевшихся зрительных представлений:

«А: Модуль комплексного числа – это расстояние между... могу нарисовать».

Ошибки в ответах незрячих носили другой характер. Один из незрячих (студент Д) адекватно понимал данные понятия, используя как наглядную, так и формальную репрезентации в решении задач:

«Модуль – это же положительное расстояние от нуля до точки, да?»,
«Модуль комплексного числа – это равно a^2 ..., ой..., корень из a^2+b^2 , правильно»?

Однако, как показало дальнейшее исследование, его пространственные представления были фрагментарны и сводились к представлению в первую очередь мнимой и действительной осей.

Для двух других студентов исследуемые понятия существовали операционально, как элементы формул, не находящие какого-либо иного содержания.

«Э: Как вы понимаете, что такое аргумент комплексного числа?»

Г: А ну аргумент – это угол, который в тригонометрической форме выражается.

Э: А модуль?

Г: Это то, что за скобкой. На что в тригонометрической форме умножается».

Как видим, если целью обучения ставится не только решение задач, но и понимание многогранности материала, то студентам с патологией зрения недостаточно словесных объяснений. Это согласуется с исследованиями, проведенными на школьниках [1]; [8]; [13] и др.

Далее мы пытались сформировать представление о комплексной плоскости, опираясь на знания незрячих студентов о декартовой системе координат, полученные в школьном обучении с помощью рельефных изображений.

Успешность формирования представлений о комплексной плоскости проверялась в задаче 4. Зрячие студенты решали эту задачу, фиксируя наглядные примеры на бумаге. Общей ошибкой всех студентов со зрительными патологиями было стремление располагать числа только по осям. То есть представление плоскости было фрагментарным, лишенным целостности, что характерно для представлений незрячих [6].

Студент Д

«Э: А где расположены числа, как вам кажется, модуль которых равен единице?»

Д: ну это я думаю все ось ОХ, это же в любую сторону можно отложить по Х, и по Y тоже можно отложить...

Э: А ни по оси Х, ни по оси Y можно отложить?»

Д: Не по осям, в смысле? Не знаю... не.. Мне представляется, что, только по осям можно откладывать вектор единичный...»

Следует отметить, что при обсуждении предыдущих задач обнаруживалось, что угол в 30° плохо отличим от угла в 60° для испытуемых с нарушениями зрения. То есть, возможно, причина неудачи переноса представлений из одной области в другую кроется в отсутствии у них вообще адекватного представления понятия угла и плоскости, в том числе и декартовой.

Хотя создать целостное представление о комплексной плоскости не удалось, сформированное знание нельзя назвать вербальным: о том, что оно было чувственно наполнено, свидетельствует наблюдавшееся исследователем вождение испытуемым пальцами по столу.

Характерно, что привлечение чувственных представлений приводит к увеличению субъективной оценки степени понимания математического материала. Два студента (незрячий и студент с остаточным зрением) сразу признались в плохом понимании, что обозначают понятия модуля и особенно аргумента.

«Э: Скажите, стало ли для вас понятнее, что такое модуль и аргумент? Или это не проясняет ситуацию?»

Г: Нет, ну понятнее стало, конечно, потому что до этого я там вообще, ужас какой-то. Теперь-то я понимаю, из чего они образуются».

То есть пространственная модель математического понятия охотно принимается студентами со зрительными патологиями. Сходные данные получены в исследовании отношения зрячих студентов к зрительным репрезентациям в курсе линейной алгебры [15].

Выводы

Содержание основных понятий в проведенном исследовании оказалось различным у зрячих студентов и студентов с нарушениями зрения. По нашим данным, у зрячих студентов за математическими понятиями лежат зрительно-пространственные представления. Для студентов же со зрительными патологиями, привыкших легко удерживать в голове большие объемы материала и склонных к вербализму, характерна операциональная репрезентация понятий как элементов формул. Такое представление не создает у них субъективного ощущения понимания.

Использование ранее сформированных чувственных репрезентаций способствует пониманию математических понятий и может использоваться для наполнения чувственным содержанием новых областей,

но не должно быть единственным средством наглядности. Следует учитывать ограничение такого переноса вследствие возможной неполноты или неадекватности представлений о ранее изученном материале.

Таким образом, согласно данным нашего исследования, отсутствие наглядности в высшем учебном заведении ведет к формированию операциональных понятий, плохо соотносимых с конкретным материалом. Если целью обучения является не просто формирование навыка решения типовых задач, а глубокое понимание изучаемого материала, то студентам следует не только предъявлять наглядные материалы, но и организовывать работу с ними.

Несмотря на малочисленность выборки, сделанные на основе полученных данных выводы могут стать гипотезами для дальнейших исследований.

Литература

1. Воронин В. М. Психолого-педагогические аспекты обучения учащихся с нарушениями зрения с применением компьютерной техники // Дефектология. 1985. № 1.
2. Денискина В. З. Особенности овладения слепыми школьниками элементами геометрии и навыками черчения и некоторые методические рекомендации // Дефектология. 1979. № 4.
3. Клушина Н. В. Математический прибор Клушиной для II классов школ слепых и слабовидящих // Дефектология. 1973. № 5.
4. Кондюхова Т. Н. Психологические особенности личности при нарушениях зрения. СПб., 2003.
5. Костючек Н. С. Значение предметных представлений для коррекции речи слепого младшего школьника // Дефектология. 1988. № 3.
6. Литвак А. Г. Психология слепых и слабовидящих. СПб., 2006.
7. Малых Р. Ф. Обучение математике слепых и слабовидящих младших школьников: учебное пособие. СПб., 2004.
8. Островская Е. Б. Формирование представления о замкнутом пространстве у слепых и частично видящих младших школьников // Дефектология. 1976. № 2.
9. Плаксина Л. И. Как научить слабовидящего ребенка видеть и понимать окружающий мир // Дефектология. 1985. № 1.
10. Подколзина Е. Н. Особенности использования наглядности в обучении детей с нарушением зрения // Дефектология. 2005. № 6.
11. Рубинштейн С. Л. Мышление. Глава X // Основы общей психологии. СПб., 2005.
12. Чебыкин Е. В. Процентный круг для слепых учащихся // Дефектология. 1984. № 4.
13. Чебыкин Е. В. Дробные палочки для слепых учащихся // Дефектология. 1984. № 4.
14. Arcavi A. The role of visual representation in the learning of mathematics // Educational Studies in Mathematics. 2003. V. 52. № 3.
15. Konyalioglu A. C. An Evaluation from Students' Perspective on Visualization Approach Used in Linear Algebra Instructions World Applied Sciences Journ. 2009. № 6 (8).
16. Stevens R., Edwards A., Harling P. Access to mathematics for visually disabled students through multimodal interaction // Human-computer interaction. 1997. Vol 12.

Study visual aids for acquirement of mathematical concepts by students with visual pathology

A.Yu. Schwartz,

PhD student, general psychology department, psychology faculty,
the M. V. Lomonosov Moscow State University

The article deals with the role of descriptive materials in teaching mathematics to students with vision impairment. The issue is regarded in a wider context of sensory vs. logical aspects balance in cogitation. Features of the blind's cognitive functions are brought under discussion; and particularities of their mathematical thinking and patterns of acquiring mathematical concepts are analyzed. The article presents results of empirical pilot study on the meaning of mathematical concepts and modes of use. The study compares individual cases of teaching students with normal vision with cases of teaching students with vision impairments without descriptive materials. It was hypothesized that when teaching students with vision impairments without visual aids, acquired mathematical concepts would be formal and lacking explicit meaning. It was concluded that in higher educational institution having no descriptive materials, the operational concepts would poorly refer to particular subject. If the goal of education is deep insight into the subject studied, students should be provided with descriptive materials, and the latter should be used within the working process.

Keywords: cogitation, sensory perceptions, mathematical concept, education in mathematics, visual expression, blind and visually impaired.

References

1. Voronin V.M. Psihologo-pedagogicheskie aspekty obucheniya uchashihsja s narushenijami zrenija s primeneniem komp'juternoj tehniki // Defektologija. 1985. № 1.
2. Deniskina V.Z. Osobennosti ovladenija slepyimi shkol'nikami jelementami geometrii i navykami cherchenija i nekotorye metodicheskie rekomendacii // Defektologija. 1979. № 4.
3. Klushina N. V. Matematicheskij pribor Klushinodlja II klassov shkol slepyh i slabovidjashih // Defektologija. 1973. № 5.
4. Kondjuhova T.N. Psihologicheskie osobennosti lichnosti pri narushenijah zrenija. SPb., 2003.
5. Kostjuhek N. S. Znachenie predmetnyh predstavlenij dlja korrekcii rechi slepogo mladshego shkol'nika // Defektologija. 1988. № 3.
6. Litvak A. G. Psihologija slepyh i slabovidjashih. Spb., 2006.
7. Malyh R.F. Obuchenie matematike slepyh i slabovidjashih mladshih shkol'nikov: uchebnoe posobie. SPb., 2004.
8. Ostrovskaja E.B. Formirovanie predstavlenie o zamknutom prostranstve u slepyh i chastichno vidjavih mladshih shkol'nikov // Defektologija. 1976. № 2.
9. Plaksina L.I. Kak nauchit' slabovidjashego rebenka videt' i ponimat' okruzhajushij mir // Defektologija. 1985. № 1.
10. Podkolzina E.N. Osobennosti ispol'zovanija nagljadnosti v obuchenii detej s narusheniem zrenija // Defektologija. 2005. № 6.
11. Rubinshtejn S.L. Myshlenie. Glava X // Osnovy obshej psihologii. Spb., 2005.
12. Chebykin E.V. Procentnyj krug dlja slepyh uchashihsja // Defektologija. 1984. № 4.
13. Chebykin E.V. Drobnye palochki dlja slepyh uchashihsja // Defektologija. 1984. № 4.
14. Arcavi A. The role of visual representation in the learning of mathematics // Educational Studies in Mathematics. 2003. V. 52. № 3.
15. Konyalioglu A. C. An Evaluation from Stidents' Perspective on Visualization Approach Used in Linear Algebra Instructions World Applied Sciences Journ. 2009. №6 (8).
16. Stevens R., Edwards A., Harling P. Access to mathematics for visually disabled students through multimodal interaction // Human-computer interaction. 1997. Vol. 12.

Приложение 1

- 1) Что такое модуль комплексного числа? Аргумент?
- 2) Число $z = \sqrt{3} + i$ имеет модуль 2 и аргумент 30° . Запишите тригонометрическую форму числа $z = -\sqrt{3} + i$. Как вы ее нашли?
- 3) Найдите корни уравнения $z^5 = 1$, где z – комплексное число.
- 4) Что представляют собой на комплексной плоскости комплексные числа, отвечающие следующим требованиям:
 $\arg a = \pi/2$; $|a|=1$; $|a|=0$; $|a|=-1$